Taki Academy
www.takiacademy.com

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+2}}$ et $\mathscr{C}_f$ la courbe de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$(unité graphique 2 cm).

1. a) Vérifier que l'ensemble de définition de f est $\mathbb{R}$.
   b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.
2. a) Montrer que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
   b) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une unique solution α et que $-1 < \alpha < -\dfrac{1}{2}$
3. a) Montrer que le point $I(1;0)$ est un centre de symétrie de $\mathscr{C}_f$.
   b) Écrire une équation de la tangente (T) à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
   c) Dresser le tableau de variation de f.
4. a) Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on précisera.
   b) Montrer que f^{-1} est dérivable en 0 et calculer $\left(f^{-1}\right)'(0)$.
   c) Construire (T), $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}'$ la courbe de f^{-1} dans le même repère.
5. a) Calculer $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} f(x)dx$.
   b) En déduire $\displaystyle\int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}}^{0} f^{-1}(x)dx$

www.takiacademy.com